**О КОЛИЧЕСТВЕ БАССЕЙНОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ДВОИЧНЫХ ВЕКТОРОВ, АССОЦИИРОВАННЫХ**

**С НЕКОТОРЫМИ ТИПАМИ ГРАФОВ**

**А. В. Жаркова**

*Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия*

Под *конечной динамической системой* понимается пара (, ), где –непустое конечное множество, элементы которого называются *состояниями* системы, – отображение множества состояний в себя, называемое *эволюционной функцией*. Каждой конечной динамической системе сопоставляется *карта*, представляющая собой ориентированный граф с множеством вершин и дугами, проведенными из каждой вершины в вершину . Компоненты связности графа, задающего динамическую систему, называются её *бассейнами*. Каждый бассейн представляет собой контур с входящими в него деревьями. Контуры в свою очередь называются предельными циклами, или *аттракторами*.

Одной из важнейших проблем в теории динамических систем является отыскание эволюционных параметров без проведения динамики. К числу таких характеристик относится количество бассейнов системы.

В данной заметке определяется количество бассейнов в конечных динамических системах двоичных векторов, ассоциированных с такими графами, как цепи и циклы.

Пусть где через , , обозначим множество всех двоичных векторов размерности . Пусть состоянием динамической системы в данный момент времени является вектор . Тогда в следующий момент времени она окажется в состоянии , полученном путем одновременного применения следующих правил:

I) если первой компонентой в является 0, то первой компонентой в будет 1;

II) если в составе имеются диграммы (две соседние компоненты) вида 10, то в каждая из них заменяется на 01;

III) если последней компонентой в является 1, то последней компонентой в будет 0;

IV) других отличий между и нет.

Каждое состояние размерности при динамике переходит в состояние также размерности . Таким образом, система (, ) в зависимости от разбивается на конечные подсистемы (, ). Данная динамика для системы (, ), , двоичных векторов определена в [1].

Также в [1] вводится динамическая система (, ), , состояниями которой являются ориентации цепи длины , а эволюционная функция преобразует данную ориентацию цепи путём переориентации всех дуг, входящих в стоки (вершины с нулевыми степенями исхода). Показывается, что динамические системы (, ) и (, ), , являются изоморфными, в результате чего различные задачи можно рассматривать как на языке двоичных векторов, так и на языке ориентаций цепей. Замечается, что динамическая система (, ), , представляет собой частный случай общей конструкции, введенной в [2].

На рисунках 1–2 изображены карты изоморфных динамических систем (, ) и (, ).



Рис. 1. Карта динамической системы ()



Рис. 2. Карта динамической системы ()

**Теорема 1.** *При любом система (, ) имеет единственный бассейн.*

На множестве где через , , обозначается множество всех двоичных векторов размерности , рассмотрим следующую динамическую систему (, ). Пусть состоянием динамической системы в данный момент времени является вектор . Тогда в следующий момент времени она окажется в состоянии , полученном путем одновременного применения следующих правил:

I) если первой компонентой в является 0 и последней компонентой является 1, то первой компонентой в будет 1, а последней компонентой – 0;

II) если в составе имеются диграммы вида 10, то в каждая из них заменяется на 01;

III) других отличий между и нет.

Каждое состояние размерности при динамике переходит в состояние также размерности . Таким образом, система (, ) в зависимости от разбивается на конечные подсистемы (, ), (см. [3]).

Заметим, что состояния и динамической системы (, ), , под воздействием эволюционной функции переходят сами в себя, тем самым образуя аттракторы единичной длины.

Динамическая система (, ), , вводится следующим образом. Её состояниями являются всевозможные ориентации цикла длины , а эволюционная функция преобразует данный ориентированный цикл путём переориентации всех дуг, входящих в стоки, в результате чего получается новое состояние системы. Заметим, что контуры эволюционируют в себя, образуя аттракторы единичной длины. Динамические системы (, ) и (, ), , изоморфны. На рисунках 3–4 изображены карты изоморфных динамических систем (, ) и (, ).



Рис. 3. Карта динамической системы (, )



Рис. 4. Карта динамической системы (, )

**Теорема 2.** *Количество аттракторов в динамической системе (, ), , равно*

*где*

*где – функция Мёбиуса, обозначает -й элемент числовой последовательности Фибоначчи.*

**Пример.** Подсчитаем количество бассейнов в системе (, ).

В следующей таблице представлены сведения о количестве бассейнов в системах (, ) для , полученные при помощи написанной автором программы для ЭВМ.

Таблица

Количество бассейнов в системах (*,* ),

|  | Количество бассейнов |
| --- | --- |
| 3 | 4 |
| 4 | 5 |
| 5 | 6 |
| 6 | 9 |
| 7 | 10 |
| 8 | 15 |
| 9 | 20 |
| 10 | 29 |
| 11 | 38 |
| 12 | 61 |
| 13 | 82 |
| 14 | 127 |
| 15 | 188 |
| 16 | 285 |
| 17 | 422 |
| 18 | 657 |
| 19 | 986 |
| 20 | 1 531 |
| 21 | 2 340 |
| 22 | 3 621 |
| 23 | 5 574 |
| 24 | 8 681 |
| 25 | 13 426 |
| 26 | 20 923 |
| 27 | 32 548 |
| 28 | 50 829 |
| 29 | 79 302 |
| 30 | 124 149 |
| 31 | 194 218 |
| 32 | 304 575 |
| 33 | 477 676 |
| 34 | 750 333 |
| 35 | 1 179 054 |
| 36 | 1 855 109 |
| 37 | 2 919 922 |
| 38 | 4 600 695 |
| 39 | 7 252 484 |
| 40 | 11 442 089 |
| 41 | 18 060 902 |
| 42 | 28 528 617 |
| 43 | 45 084 794 |

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Салий В. Н.* Об одном классе конечных динамических систем // Вестник Томского гос. ун-та. Приложение: Доклады IV Сибирской научной школы-семинара с международным участием «Проблемы компьютерной безопасности и криптография» – SIBECRYPT’05 (Томск, ТГУ, 6–9 сентября 2005 г.). №14, август 2005. С. 23–26.

2. *Barbosa V. C.* An atlas of edge-reversal dynamics. London: Chapman&Hall/ CRC, 2001. 372 pp.

3. *Власова А. В.* Ветвления в конечной динамической системе (, ) // Научные исследования студентов Саратовского государственного университета: Материалы итог. студ. науч. конф. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2008. С. 57–58.