**ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПАКЕТА «MATHEMATICA» ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ПОВЕДЕНИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ВАКУУМА В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ**

**А.Д.Панферов, А.В.Прозоркевич, С.А.Смолянский**

*Саратовский государственный университет, Россия*

Одной из фундаментальных концепций современной физической картины мира является понятие физического вакуума. Проявление его сложной внутренней структуры может проявляться, в том числе, в эффекте рождения электрон-позитронных пар под воздействием сильного электрического поля (эффект Швингера) [1]. Наблюдать этот эффект можно только в полях с напряженностью близкой к , которые экстремально высоки даже с точки зрения ядерной физики.

Однако прогресс в генерации мощных лазерных импульсов и в их фокусировке сделал получение таких полей принципиально разрешимой задачей на существующих или перспективных экспериментальных установках. Для планирования экспериментов в этой области оказалось необходимым уметь делать количественные оценки эффекта в конкретных условиях. Инструментом для этого может служить выведенное строго, без применения методов теории возмущений, кинетическое уравнение для функции распределения фермионов в зависящем от времени однородном электрическом поле [2]:

Функция распределения определена в трехмерном импульсном пространстве и эволюционирует во времени. Вспомогательные функции:

Они определены через массу электрона , компоненты импульса , зависящие от времени напряженность электрического поля и соответствующий ему векторный потенциал , . При постановке задачи принимается что электрическое поле направлено вдоль третьей координатной оси.

Уравнение (1) представимо в виде системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

, ,

Решая эту систему уравнений для заданного поля , можно в численном эксперименте исследовать реакцию вакуума на действующее поле и прогнозировать результаты экспериментов. После выхода работы [2] было предпринято много усилий в этом направлении.

С точки зрения экспериментаторов самой интересной является возможность подтвердить наличие не нулевой вероятности обнаружения электрон-позитронных пар после прекращение действия электрического поля и оценить эту вероятность для полей с различными параметрами. Попытки получения таких оценок с использованием различных подходов предпринимались и до появления уравнений (5). Например, для зависимости от времени импульсного поля вида

где – гиперболический косинус, – амплитудное значение электрического поля, известно точное аналитическое решение [3]. Это решение демонстрирует сильную зависимость остаточной функции распределения от . На рис.1 представлен характер этой зависимости в интервале значений амплитуды от до .

Априори не известно, насколько будут коррелировать результаты численного моделирования более или менее реалистических импульсов поля с этим решением, но надо быть готовым к тому, что искомые значения функции f(t) могут оказаться очень малыми. Это накладывает высокие требования на точность используемой численной процедуры. Кроме того,



Рис. 1

во временных областях, где напряженность поля становится малой, система уравнений (5) оказывается жесткой и необходимо принимать специальные меры для обеспечения сходимости решения.

По объективным причинам численные исследования были успешными в тех диапазонах параметров, когда искомая функция распределения вела себя достаточно «хорошо». Выход за эти рамки требовал существенного усложнения используемых численных алгоритмов, перехода на новое программное обеспечение. Ограниченность ресурсов делало такую программу действий труднореализуемой при использовании открытого ПО.

Была решено воспользоваться коммерческой программной системой компьютерной алгебры Mathematica компании Wolfram Research. СГУ располагает лицензией на Wolfram Mathematica версии 7.0.1.0 с возможностью эксплуатировать её в многоядерном и многопроцессорном режиме.

В качестве тестовой платформы использовался персональный компьютер с процессором Intel Core2 1.86ГГц ОЗУ 1.5ГБт ОС Windows 32-bit. Оценка производительности системы по входящему в состав поставки тесту *MathematicaMark7* составила 2.36. В этом тесте эталонная производительность 1.0 приписывается системе на базе процессора Intel Pentium4 2.4ГГц. Наиболее ресурсоёмкие вычисления выполнялись на сервере приложений с двумя процессорами Intel Xeon E5420 2.5ГГц ОЗУ 16.0ГБт ОС Windows 64-bit. Для этой системы результат теста *MathematicaMark7* составил 3.87 (в данном случае возможность распараллеливания вычислений не рассматривалась в связи с особенностями задачи). Главным преимуществом сервера приложений являлся объём ОЗУ.

Wolfram Mathematica предоставляет в распоряжение пользователя мощную функцию численного решения систем ОДУ, в автоматическом режиме выбирающую оптимальный метод интегрирования, шаг, контролирующую точность получаемого решения. Пользователь может полностью полагаться на логику её функционирования или (если полученные результаты неудовлетворительны) использовать набор опций для настройки работы функции в конкретной ситуации. Так, предоставляется возможность варьировать максимальное количество шагов при интегрировании, задавать максимальный размер шага, принудительно задать конкретный метод интегрирования, определять требования к точности вычислений.

При работе с системой (5) существенной оказалась возможность исследовать поведение решения в очень большом диапазоне значений благодаря заданию высоких требований к точности вычислений. Для этого использовались опции PrecisionGoal и AccuracyGoal функции NDSolve. Первая из этих опций задает относительную, а вторая - абсолютную погрешность решения. Точнее, задается желаемое значение, достижение которого не гарантируется. Поэтому для исследования достоверности получаемых результатов анализировалось поведение решений при последовательном ужесточении этих параметров и их устойчивость при варьировании физических параметров численных экспериментов.

С использованием изложенного подхода впервые было проведено численное исследование временной эволюции функции распределения и продемонстрировано наличие асимметрии по времени в её поведении. Для обеспечения сопоставимости результатов временная зависимость определялась в виде (6). В качестве временного масштаба был использован период электромагнитной волны длиной 1 нм, максимальная напряженность поля выбрана =0.1 от критического значения. На Рис.2 представлена эволюция функции распределения в точке .

Если на этапе роста напряженности электрического поля функция распределения достаточно монотонно растет, то при снятии поля на начальное монотонное падение уже в области значений E=0.7 накладываются растущие осцилляции, достигающие максимальных значений при E=0.3 (это соответствует росту жесткости решаемой системы уравнений). При дальнейшем уменьшении действующего поля ниже E=0.1 функция распределения выходит на постоянное значение. При заданных параметрах это 2.285±0.004\*.



Рис.2

Величина остаточной плотности для функции распределения в соответствии с аналитическим решением [3] при этих параметрах составляет .

Столь же хорошее соответствие с точным аналитическим решением результатов численного моделирования временной эволюции функции распределения имеет место и в произвольных точках импульсного пространства. Сохранение соответствия было продемонстрировано при переходе к другим временным масштабам и значениям максимальной напряженности электрического поля.

Проделанная работа позволяет рассчитывать на возможность использования продемонстрированного подхода для исследования поведения функции распределения более реалистических чем в случае (6) зависимостей электрического поля от времени, реализуемых при фокусировке лазерных импульсов с высокой плотностью энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *J. Schwinger* On Gauge Invariance and Vacuum Polarization / Phys. Rev. 1961, **82**, 664–679.

2. *S. M. Schmidt, D. Blaschke, G. Röpke, S. A. Smolyansky, A. V. Prozorkevich and*

*V. D. Toneev* Dynamical Derivation of a Quantum Kinetic Equation for Particles Production in the Schwinger Mechanism / Int. J. Mod. Phys. 1998, E **7**, 709.

3. *A. A. Grib, S. G. Mamaev, and V. M. Mostepanenko* Vacuum Quantum Effects in Strong

External Fields. St. Petersburg: Friedman Laboratory Publish, 1994.