**АНАЛИЗ СЛОЖНОСТИ АВТОМАТНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ ПО ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ОБРАЗАМ**

**А. А. Мынжасова**

*Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,*

*Саратов, Россия*

Процессы функционирования систем различной природы (информационной, технической, экономической, социальной, биологической и др.) с различными полнотой и точностью представимы процессами функционирования дискретных динамических систем, т.е. автоматами (машинами Тьюринга, конечными детерминированными автоматами, конечными недетерминированными автоматами, линейно-ограниченными автоматами, автоматами с магазинной памятью и др.). Традиционные способы задания автоматов - таблицы, матрицы, графы, логические уравнения (см. [1]) оказываются неэффективными в описании систем с большим числом состояний. В связи с этим, Твердохлебовым В.А. были разработаны геометрическое представление законов функционирования автоматов и методы анализа и синтеза автоматов, определенных геометрической формой функционирования (см. [2]).

В данной статье была поставлена задача построения автоматных отображений для заданных геометрических кривых линий, на которых расположены точки автоматных отображений. Также в данной работе содержатся результаты оценки сложности автоматных отображений по числовым показателям спектра реккурентно описанной последовательности (см.[3]). Для анализа оценки сложности автоматных отображений были выбраны следующие геометрические кривые: узловая кривая, кривая-амперсанд, бантовидная кривая, скарабеевидная кривая, спираль Архимеда, спираль Ферма и параболическая спираль.

Многие из перечисленных кривых интересны исключительно в теоретическом отношении, другие обладают оригинальными особенностями формы. На текущий момент исследование особенностей формы кривой и её свойств в основном производится средствами дифференциальной геометрии. Это возможно, когда кривая выражена в аналитической форме, т.е. уравнением.

В зависимости от вида уравнения производится подразделение геометрических кривых на алгебраические и трансцендентные (другие виды классификации геометрических кривых доступны в [4]).

Алгебраическое уравнение (полиномиальное уравнение) - это уравнение вида:



где *P* и *Q* являются многочленами от *n* переменных — $x\_{1},x\_{2}, …,x\_{n}$.

Внутри обширного семейства алгебраических линий в свою очередь производят подразделение кривых, в основу которого полагается понятие порядка кривой, определяемого степенью её уравнения. Соответственно этому алгебраической кривой *n*-го порядка называется кривая, уравнение которой, после освобождения его от дробей и радикалов, записывается в декартовой системе координат в виде



Трансцендентными называются кривые, уравнения которых, будучи записаны в прямоугольной системе координат, не являются алгебраическими. Разлагая в ряд правую часть уравнения такой, например, трансцендентной кривой, как **$y= sin(x)$, на выходе получается уравнение, содержащее алгебраические функции, однако число членов в нем будет неограниченным, а степень бесконечно большой. Это дает основание рассматривать трансцендентные кривые как алгебраические линии бесконечно высокого порядка.

Автоматные отображения были построены для четырёх алгебраических кривых и трёх трансцентендтных кривых. Для них были построены автоматные отображения, извлечена последовательность вторых координат точек геометрического образа автомата и оценена его сложность.

Например, узловая кривая является алгебраической кривой четвертого порядка и её уравнение в декартовых координатах имеет вид:

.

Последовательность ξ вторых координат точек геометрического образа автомата для данной кривой:

<44, 38, 32, 22, 18, 13, 9, 6, 3, 1, 3, 17, 24, 28, 31, 34, 31, 28, 24, 17, 3, 1, 3, 6, 9, 13, 18, 22, 32, 38>.

Уровни Ω0 и Ω1 спектра Ω равны 4 и <11, 23, 23, 30> соответственно.

Подобным же образом был проведён анализ для остальных кривых. Результаты оценки сложности автоматных отображений зависят от геометрических кривых и выбора на кривых точек, представляющих пары автоматных отображений, и представлены в таблице.

Таблица

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Уравнение кривой, её порядок (только для алгебраических кривых) | Изображение кривой | ξ | Ω0 | Ω1 |
| Узловая кривая4 | KnotCurve | 44, 38, 32, 22, 18, 13, 9, 6, 3, 1, 3, 17, 24, 28, 31, 34, 31, 28, 24, 17, 3, 1, 3, 6, 9, 13, 18, 22, 32, 38 | 4 | 11, 23, 23, 30 |
| Кривая-амперсанд4 | AmpersandCurve | 43, 53, 56, 57, 56, 54, 52, 50, 50, 54, 52, 48, 45, 41, 33, 17, 5, 2, 1, 2, 3, 6, 8, 8, 3, 6, 9, 12, 18, 11 | 3 | 5, 11, 30 |
| Бантовидная кривая 4 | Bow | 1, 7, 17, 22, 27, 32, 41, 48, 51, 53, 51, 44, 38, 36, 35, 35, 36, 38, 44, 51, 53, 51, 48, 41, 32, 27, 22, 17, 12, 7 | 4 | 11, 22, 22, 30 |
| Скарабеевидная кривая6 | Untitled-1.jpg | 26, 35, 39, 41, 42, 42, 41, 39, 32, 13, 2, 1, 3, 19, 24, 29, 33, 49, 51, 50, 39, 20, 13, 12, 11, 11, 12, 13, 17, 26 | 2 | 6, 30 |
| СпиральАрхимеда | ArchimedesSpiral | 29, 54, 60, 56, 39, 1, 5, 14, 41, 53, 44, 29, 10, 7, 18, 36, 48, 41, 18, 12, 22, 39, 36, 22, 18, 27, 36, 32, 23, 30 | 2 | 12, 30 |
| СпиральФерма | FermatsSpiral | 41, 51, 56, 44, 17, 7, 9, 17, 44, 47, 44, 26, 19, 23, 30, 31, 32, 38, 41, 34, 15, 13, 20, 42, 52, 41, 16, 7, 1, 13 | 2 | 8, 30 |
| Параболическая спираль | http://paulbourke.net/geometry/parabolicspiral/1.gif | 39, 51, 55, 51, 33, 12, 5, 11, 22, 44, 48, 37, 13, 10, 13, 22, 35, 39, 29, 22, 24, 27, 27, 41, 44, 37, 2, 1, 6, 17 | 2 | 4, 30 |

По результатам исследования выяснилось, что автоматы, построенные по выбранным геометрическим кривым, уравнения которых являются трансцендентными, имеют меньшую сложность, чем автоматы, построенные для кривых, имеющих алгебраическое уравнение. Также стоит отметить, что автомат, построенный для кривой, алгебраическое уравнение которой имеет наивысший порядок среди рассмотренных (скарабеевидная кривая, порядок уравнения равен 6) имеет наименьшую сложность среди рассмотренных алгебраических кривых. Таким образом, для рассмотренного частного случая была выявлена следующая зависимость: чем выше порядок соответствующего исследуемой кривой уравнения, тем ниже сложность автомата, построенного по её геометрическому образу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гилл А.* Введение в теорию конечных автоматов. М.: Наука, 1966. С. 34.

*2. Твердохлебов В.А.* Геометрические образы конечных детерминированных автоматов // Изв. Сарат. ун-та. Новая серия. Сер. Математика, Механика, Информатика. - 2005. - Т. 5, вып. 1. - С. 141-153.

 3. *Епифанов А.С.* Спектры динамических характеристик рекуррентного определения числовых последовательностей.// Компьютерные науки и информационные технологии: Тез. докл. Междунар. науч. конф., посвященной памяти А.М.Богомолова. - Саратов: Изд-во Сарат.ун-та, 2007.

 4. *Савёлов А.А.* Плоские кривые. М.: ГИФ-МЛ, 1960. С. 17-18.